

TASODIFIY FUNKSIYALARNI BERNSHTEYN TIPIDAGI CHIZIQLI MUSBAT OPERATORLAR BILAN YAQINLASHTIRISH HAQIDA

Nazirov Javohirbek Shodiyor o'g'li
JDPU 2-bosqich magistranti
nazirovjavohir@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu ish L_p , $p > 1$, fazo metrikasida uzluksiz tasodifiy funksiyalar sinfini chiziqli musbat operatorlar bilan yaqinlashtirish xatoligining asimptotik ma'noda eng yaxshi baholarini topishga bag'ishlangan.

Kalit so'zlar: tasodifiy funksiya, chiziqli musbat operator, uzluksizlik moduli, yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarma.

(X_k, Y_k) , $k=1,2,3\dots$ bir xil taqsimlangan bog'liqsiz tasodifiy vektorlar ketma-ketligi bo'lib, $(X_1, Y_1) \in Q \subset R^2$ to'plamda o'zgaruvchi (t,s) matematik kutilma va $\begin{pmatrix} \sigma_1(t) & 0 \\ 0 & \sigma_2(s) \end{pmatrix}$ kovariatsion matritsaga ega bo'lsin.

$\overline{C}_\Omega(R^2)$ orqali barcha haqiqiy, L_p metrikada tekis uzluksiz, o'lchovli va chegaralangan kovariatsion funksiyaga ega bo'lgan $\zeta(t,s)$, $(t,s) \in R^2$ tasodifiy funksiyalar sinfini belgilaymiz.

$\zeta(t,s) \in C_\Omega(R^2)$ tasodifiy funksiyaning uzluksizlik modullari deb ataluvchi [1] quyidagi funksiyalarni kiritamiz:

$$w_\zeta^{(1)}(\delta_1, \delta_2) = \sup_{\substack{|t - t'| \leq \delta_1 \\ |s - s'| \leq \delta_2}} \{M[\zeta(t,s) - \zeta(t',s')]^p\}^{\frac{1}{p}}, \quad \delta_1, \delta_2 \geq 0.$$

$$w_\zeta^{(2)}(\delta) = \sup_{(t - t')^2 + (s - s')^2 \leq \delta^2} \{M[\zeta(t,s) - \zeta(t',s')]^p\}^{\frac{1}{p}}, \quad \delta \geq 0$$

$G \subset Q$ kompaktga $\zeta(t,s) \in C_\Omega(R^2)$ tasodifiy funksiyaning A.B.Drojjina tomonidan kiritilgan

$$P_n(\zeta; t,s) = \int_{R^2} \zeta(x,y) dF_{t,s}^{(n)}(x,y) \quad (1)$$

chiziqli musbat operatori bilan yaqinlashtirishlar σ ni qaraymiz, bunda

$$F_{t,s}^{(n)}(x,y) = P\left\{\frac{S_n^{(1)}}{n} < x; \frac{S_n^{(2)}}{n} < y\right\}, \quad S_n^{(1)} = \sum_{k=1}^n X_k, \quad S_n^{(2)} = \sum_{k=1}^n Y_k$$

Faraz qilaylik ushbu

$$(A): \sup_{(t,s) \in G} M|X_1-t|^6 \leq L_1, \quad \sup_{(t,s) \in G} M|Y_1-s|^6 \leq L_2, \quad 0 < L_i < \infty, \quad i = 1,2.$$

shart o'rinli bo'lsin.

$$\text{Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: } \sigma_1 = \sup_{(t,s) \in G} \sigma_1(t), \quad \sigma_2 = \sup_{(t,s) \in G} \sigma_2(s)$$

$$D_k = D_k(\sigma_1, \sigma_2) = \{(u, v); |u| \leq \frac{k}{\sigma_1}, |v| \leq \frac{k}{\sigma_2}\}, \quad x_1(\sigma_1, \sigma_2) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{R^2 \setminus D_k} d\varphi(u, v),$$

$$\varphi(u, v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^u \int_{-\infty}^v \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2}\right\} dx dy.$$

Teorema-1. Agar (A) shart o'rinli bo'lsa, u holda:

a) ixtiyoriy tasodifiy funksiya $\zeta(t,s) \in C_{\Omega}(R^2)$ uchun shunday $n_0(\zeta) \in N$ mavjudki, barcha $n > n_0(\zeta)$ uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:

$$\sup_{(t,s) \in G} \{M[\zeta(t,s) - P_n(\zeta, t, s)]^p\}^{\frac{1}{p}} \leq x_1 \cdot w_{\zeta}^{(1)}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad (2)$$

b) o'zgarmas son x_1 ni quyidagi ma'noda $C_{\Omega}(R^2)$ sinfdagi yaxshilab bo'lmaydi: ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday $n_1(\varepsilon) \in N$ va tasodifiy funksiya $\zeta(t,s) \in C_{\Omega}(R^2)$ mavjudki, barcha $n > n_1(\varepsilon)$ uchun

$$\sup_{(t,s) \in G} \{M[\zeta(t,s) - P_n(\zeta, t, s)]^p\}^{\frac{1}{p}} > (x_1 - \varepsilon) w_{\zeta}^{(1)}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad \text{tengsizlik o'rinli}$$

bo'ladi.

Endi $E_k = E_k(\delta_1, \delta_2) = \{k^2 \leq \sigma_1^2 u^2 + \sigma_2^2 v^2 \leq (k+1)^2\}$ va

$x_2 = x_2(\delta_1, \delta_2) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{R^2 \setminus E_k} d\varphi(u, v)$ belgilashlar kiritamiz.

Teorema 2. Agar (A) shart o'rinli bo'lsa, u holda:

a) ixtiyoriy tasodifiy funksiya $\zeta(t,s) \in C_{\Omega}(R^2)$ uchun shunday $n_0(\zeta) \in N$ mavjudki, barcha $n > n_0(\zeta)$ uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:

$$\sup_{(t,s) \in G} \{ M[\zeta(t,s) - P_n(\zeta, t, s)]^p \}^{\frac{1}{p}} \leq x_2 \cdot w_{\zeta}^{(2)}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad (3)$$

b) o'zgaras son x_2 ni quyidagi ma'noda yaxshilab bo'lmaydi. ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday $n_2(\varepsilon) \in N$ va tasodifiy funksiya $\zeta(t,s) \in C_{\Omega}(\mathbb{R}^2)$ mavjudki, barcha $n > n_2(\varepsilon)$ uchun

$$\sup_{(t,s) \in G} \{ M[\zeta(t,s) - P_n(\zeta, t, s)]^p \}^{\frac{1}{p}} > (x_2 - \varepsilon) w_{\zeta}^{(2)}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

(1) chiziqli musbat operatorning ba'zi xususiy xollarini quyidagi misollarda qarab chiqamiz.

1-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari X_1, Y_1 bog'liqsiz bo'lib, mos ravishda t, s parametrli Bernuli taqsimotiga ega bo'lsin. U xolda (t, s) parametrlar to'plami $Q = [0, 1]^2$, (1) – operator ikki o'zgaruvchili Bernshteyn polinomi bo'ladi.

$$P_n(\zeta, t, s) = B_n(\zeta, t, s) = \sum_{k=0, e=0}^n C_n^k C_n^e t^k s^e \cdot (1-t)^{n-k} \cdot (1-s)^{n-e} \cdot \zeta\left(\frac{k}{n}; \frac{e}{n}\right).$$

Agar $G = Q$ deb olsak,

$$\sup_{(t,s) \in [0,1]^2} \{ M[\zeta(t,s) - B_n(\zeta, t, s)]^p \}^{\frac{1}{p}} \leq c_1 w_{\zeta}^{(1)}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad \text{bahodagi yaxshilab}$$

bo'lmaydigan o'zgaras $c_1 = x_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$$\sup_{(t,s) \in [0,1]^2} \{ M[\zeta(t,s) - B_n(\zeta, t, s)]^p \}^{\frac{1}{p}} \leq c_2 w_{\zeta}^{(2)}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad \text{bahodagi yaxshilab}$$

bo'lmaydigan o'zgaras $c_2 = x_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

2-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari korrelyatsiyasiz (korelyatsiyasi nolga teng bo'lgan) t va s parametrli Bernulli tasodifiy miqdorlari bo'lib, ularning birgalikda taqsimot qonuni

$$P\{X_1=1, Y_1=1\}=0, \quad P\{X_1=1, Y_1=0\}=t,$$

$$P\{X_1=0, Y_1=1\}=s, \quad P\{X_1=0, Y_1=0\}=1-t-s$$

Tengliklar bilan berilgan bo'lsin. U holda (1) chiziqli musbat operator Lorens[2] tomonidan kiritilgan Bernshteyn tipidagi ikki o'zgaruvchi polinomdir. Bunda

$$P_n(\zeta, t, s) = B_n(\zeta, t, s) = P_n(\zeta, t, s) = \sum_{k+e \leq n} C_n^e C_{n-e}^k t^s s^k (1-t-s)^{n-e-k} \zeta\left(\frac{k}{n}; \frac{e}{n}\right).$$

Bu holda parametrlar to'plami $Q = \{(t, s): 0 \leq t \leq 1; 0 \leq s \leq 1; t + s \leq 1\}$.

Agar $G=Q$ bo'lsa, (2), (3) tengsizliklarda yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmlar, mos ravishda,

$$c_1 = x_1 \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), c_2 = x_2 \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

3-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari bog'liqsiz bo'lib, ular mos ravishda t, s parametrli Puasson taqsimotiga ega bo'lsin. U holda

$$P_n(\xi, t, s) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{e=0}^{\infty} \frac{(nt)^k (ns)^e}{k! \cdot e!} \exp - n(t+s) \cdot \xi \left(\frac{k}{n}; \frac{e}{n} \right) - \text{Mirokyan operatoridir.}$$

Parametrlar to'plami $Q=[0, \infty)^2$. Agar $G=\{(t,s); 0 \leq t \leq 1; 0 \leq s \leq 1\}$ bo'lsa, (2), (3) tengsizlikda yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmlar mos ravishda $c_1=x_1(1;1)$, $c_2=x_2(1;1)$.

Tasodifiy funksiyalar approksimatsiyasi masalalari Нагорный В.Н., Ядренко М.[3]; Худайбергганов Р.[4], Мирзахмедов М.А.; Худайбергганов Р.[5]; Кодирова И.И.[6]; Дрожжина А. В. [1],[7]; Азларов Т. А.[8]; Омаров С. О.[9]; Селизиев О.В. [10], [11]; Камолов А. И.[12], [13]; Мирзахмедов М. А. Камолов А. И. [14] va boshqalar tomonidan o'rganilgan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Дрожжина А.В. О линейной аппроксимации случайных полей. Теория вероятностей и математическая статистика, 1975, вып.13, с.46-52.
2. Lorentz G.G. Bernstein polynomials. Toronto unv. Press. 1953
3. Нагорный В.Н, Ядренко М.И. Полиномиальная интерполяция случайных процессов. Вестник КГУ, серия математики и механики, N13, 1971, с. 10-12.
4. Худайбергганов Р. Об интерполяции случайных полей. Теория вероятностей и математическая статистика Вып. 10, 1971, с. 154-166.
5. Мирзахмедов М.А. Худайбергганов Р. К вопросу приближения случайных процессов. Bulletin de Akademi polonaise des sciences ser.math.,astr.,1973, v.21, N 12, p. 11477-1151.
6. Кадырова И.И. Об аппроксимации периодических непрерывных в среднеквадратическом смысле случайных процессов стохастическими

- тригонометрическими полиномами. Теория случайных процессов, 1975, вып. 3. с. 42-49.
7. Дрожжина Л.В. Совместное приближение случайных процессов и их производных линейными положительными операторами. Доклады АН УССР. А. 1984, N6, с.7-8.
 8. Азларов Т.А. Одно замечание об интерполяции случайных полей. В сб: Предельные теоремы для случайных процессов и статистические выводы. Ташкент „ФАН”. 1981, с.3-6.
 9. Омаров С.О. Линейная аппроксимация случайных процессов. Доклады АН УССР, серия А, 1984, N8, с.22-24
 10. Селезнев О.В. Приближение периодических Гауссовских процессов тригонометрическими полиномами. Доклады АН УССР, 1980, 250 , I, с.35-38.
 11. Селезнев О.В. О Приближение непрерывных периодических гауссовских процессов случайными тригонометрическими полиномами. В сб: Случайные процессы и поля.
 12. Камолов А.И. Приближение негауссовских процессов тригонометрическими полиномами Джексона. Рукопись деп, в ВИНТИ 28 февраля 1984г., N1554-84, Деп. 31с.
 13. Камолов А.И. О точной оценки приближения случайных процессов полиномами Бернштена. Доклады АН УССР. 1986, N11, с.3-5.
 14. Мирзахмедов М.А., Камолов А.И. Оптимальные порядок и постоянные в приближении случайных процессов линейными положительными операторами. Тезисы докладов международной конференции „Стохастическая оптимизация”. Ч.II. Киев, 1984, с. 26-27.