

MAPLE DASTURIDA GEOMETRIK VA BINOMIL QONUN BO`YICHA TAQSIMLANGAN TASODIFIY MIQDORLARNING YUQORI TARTIBLI MOMENTLARINI O`RGANISH

Abduxakimov Saidaxmat

JDPI Umumiy matematika kafedrası o`qituvchisi

Abduxakimova Maftuna

JDPI 1-kurs magistranti

Raximova Shaxnoza

JDPI 2-kurs magistranti

Anotatsiya. Ushbu ishda boshlang`ich va markaziy momentlar haqida muhim faktlar keltirilgan. Geometrik va binomial qonun bo`yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorlarning yuqori tartibli boshlang`ich momentlari topilgan va grafiklari chizilgan.

Kalit so`zlar. Geometrik taqsimot, binomial taqsimot, boshlang`ich moment, markaziy moment.

Bu ishda biz geometrik va binomial qonun bo`yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorlarning yuqori tartibli boshlang`ich va markaziy momentlarini o`rganamiz.

Ixtiyoriy taqsimot funksiya $F(x)$ ning hamma tartibdagi momentlari

$$m_1, m_2, \dots, m_n, \dots$$

mavjud bo`lsin. Bu momentlar $F(x)$ funksiyani bir qiymatli aniqlaydi degan masalani qo`yamiz. Bu masala matematik analizdagi “**momentlar problemi**” deb ataladigan umumiy masala bilan bog`liq va uning yechimidan quyidagi natija kelib chiqadi. Agar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_n r^n}{n!} < \infty$$

qator biror $r > 0$ uchun yaqinlashsa, $F(x)$ funksiya $m_1, m_2, \dots, m_n, \dots$ momentlarga ega bo`lgan funksiya bo`ladi.

1-ta`rif X tasodifiy miqdorning k – tartibli boshlang`ich momenti deb, diskret tasodifiy miqdorlar uchun

$$a_k = MX^k = \sum_{-\infty}^{\infty} x_i^k P\{X = x_i\}$$

ifoda aytiladi.

2-ta'rif X tasodifiy miqdorning k – tartibli markaziy moment deb, diskret tasodifiy miqdorlar uchun

$$b_k = M(X - MX)^k = \sum_{-\infty}^{\infty} (x_i - MX)^k P\{X = x_i\}$$

ifoda aytiladi.

Endi geometrik va binomial qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorlarning yuqori tartibli boshlang'ich va markaziy momentlarini Maple dasturida o'rganamiz. Yig'indini hisoblashda **summation** buyrug'idan foydalanamiz. Grafigini chizishda **plot** buyrug'i va uning parametrlaridan foydalanamiz.

Plot buyrug'i va uning parametrlari. Bir o'zgaruvchili funksiyaning grafigini (**Ox** o'qi bo'yicha intervalda $a \leq x \leq b$ va **Oy** o'qi bo'yicha $c \leq y \leq d$ intervalda) yasash uchun **plot** buyrug'i ishlatiladi. Uning umumiy ko'rinishi quyidagicha: **plot(f(x), x=a..b, y=c..d, parametr)**, bu yerda **parameter**-tasvirni boshqarish parametrlari. Agar u ko'rsatilmasa jimlik bo'yicha o'rnatishdan foydalaniladi. Shu bilan birga tasvirlarga tuzatishlar kiritish vositalar paneli orqali ham amalga oshiriladi.

Geometrik taqsimot

Agar X tasodifiy miqdor $1, 2, \dots, m, \dots$ qiymatlarni

$$p_k = P\{X = k\} = q^{k-1} p$$

ehtimolliklar bilan qabul qilsa, u geometrik qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi. Bu yerda $p = 1 - q \in (0, 1)$.

Geometrik qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorlarga misol sifatida quyidagilarni olish mumkin: sifatsiz mahsulot chiqqunga qadar tekshirilgan mahsulotlar soni; gerb tomoni tushgunga qadar tashlangan tangalar soni; nishonga tekkunga qadar otilgan o'qlar soni va hokazo. Endi geometrik qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorning boshlang'ich momentlarini maple dasturida qaraylik.

$$> X := p \cdot (1 - p)^{k-1}$$

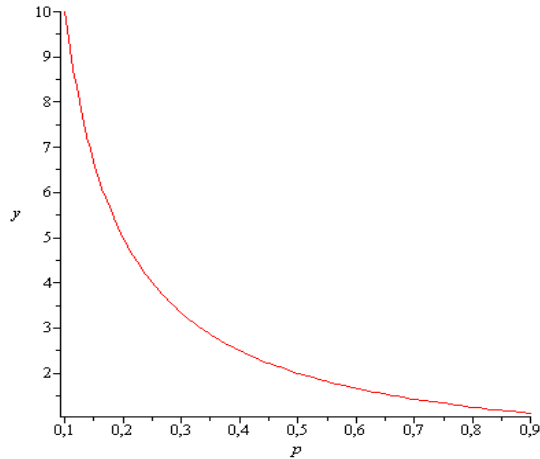
$$X := p (1 - p)^{k-1}$$

Bu taqsimotning birinchi tartibli boshlang'ich momentini uning matematik kutilmasiga teng va quyidagicha hisoblanadi.

$$> a_1 := \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot X$$

$$a_1 := \frac{1}{p}$$

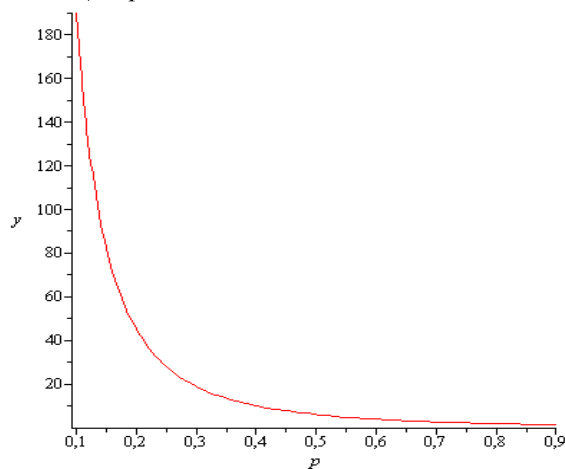
$$> \text{plot}\left(\frac{1}{p}, p = 0.1 \dots 0.9, \text{labels} = [p, y], \text{thickness} = 1\right);$$



$$> a_2 := \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \cdot X$$

$$a_2 := \frac{-p + 2}{p^2}$$

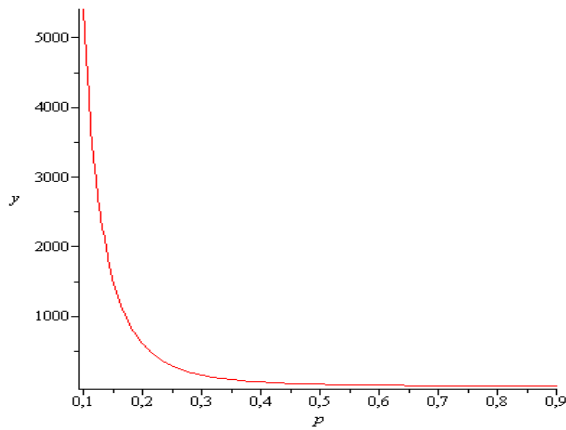
$$> \text{plot}\left(\frac{-p + 2}{p^2}, p = 0.1 \dots 0.9, \text{labels} = [p, y], \text{thickness} = 1\right);$$



$$> a_3 := \sum_{k=1}^{\infty} k^3 \cdot X$$

$$a_3 := \frac{p^2 - 6p + 6}{p^3}$$

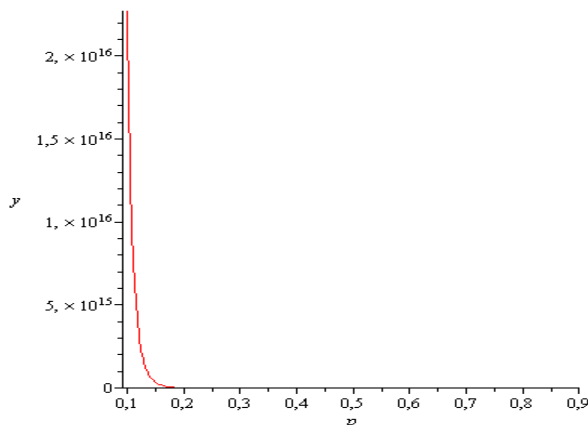
$$> \text{plot}\left(\frac{p^2 - 6p + 6}{p^3}, p = 0.1 \dots 0.9, \text{labels} = [p, y], \text{thickness} = 1\right);$$



$$> a_{10} := \sum_{k=1}^{\infty} k^{10} \cdot X$$

$$a_{10} := -\frac{1}{p^{10}} \left((p-2) (p^8 - 1020p^7 + 53940p^6 - 710640p^5 + 3681720p^4 - 9072000p^3 + 11491200p^2 - 7257600p + 1814400) \right)$$

$$> \text{plot} \left(-\frac{1}{p^{10}} \left((p-2) (p^8 - 1020p^7 + 53940p^6 - 710640p^5 + 3681720p^4 - 9072000p^3 + 11491200p^2 - 7257600p + 1814400) \right), p = 0.1 \dots 0.9, \text{labels} = [p, y], \text{thickness} = 1 \right);$$

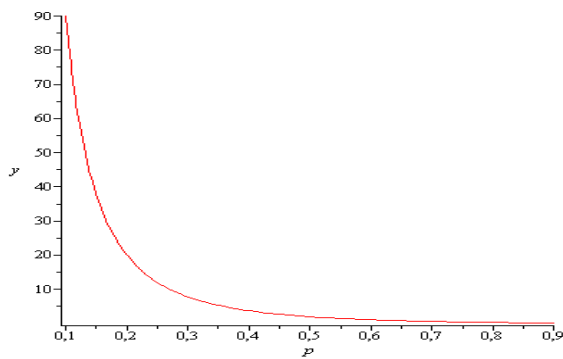


Bu taqsimotning boshqa tartibli boshlang'ich momentlarini ham shu tarzda o'rganiladi. Endi geometrik qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorning yuqori tartibli markaziy momentlarini hisoblaymiz va grafigini chizamiz. 2-tartibli markaziy moment geometrik qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorning dispersiyasini beradi.

$$> b_2 := \sum_{k=1}^{\infty} (k - a_1)^2 \cdot X$$

$$b_2 := \frac{1-p}{p^2}$$

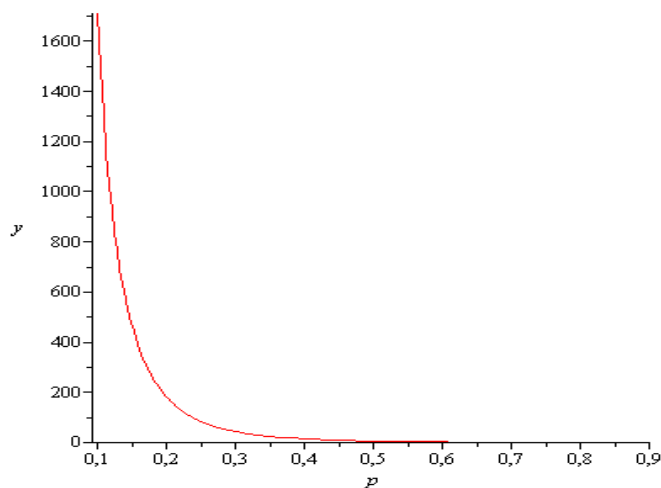
$$> \text{plot} \left(\frac{1-p}{p^2}, p = 0.1 \dots 0.9, \text{labels} = [p, y], \text{thickness} = 1 \right);$$



$$> b_3 := \sum_{k=1}^{\infty} (k - a_1)^3 \cdot X$$

$$b_3 := \frac{(-1+p)(p-2)}{p^3}$$

$$> \text{plot}\left(\frac{(-1+p)(p-2)}{p^3}, p=0.1..0.9, \text{labels}=[p,y], \text{thickness}=1\right);$$



Binomial taqsimot

Agar X tasodifiy miqdor $0,1,2,\dots,n$ qiymatlarini

$$p_k = P\{X = k\} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k},$$

ehtimolliklar bilan qabul qilsa, u binomial qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi. Bu yerda $p = 1 - q \in (0,1)$. Endi binomial qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorning boshlang'ich momentlarini maple dasturida qaraylik.

$$> X := \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$X := \frac{n! p^k (1-p)^{n-k}}{k! (n-k)!}$$

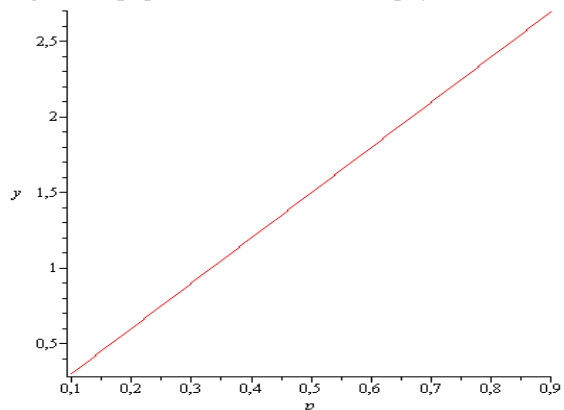
Quyida binomial qonun bo`yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorning $n=3$ bo`lganda grafigini chizamiz .

Bu taqsimotning birinchi tartibli boshlang`ich moment uning matematik kutilmasiga teng va quyidagicha hisoblanadi.

$$> a_1 := \sum_{k=0}^n k \cdot X$$

$$a_1 := p n$$

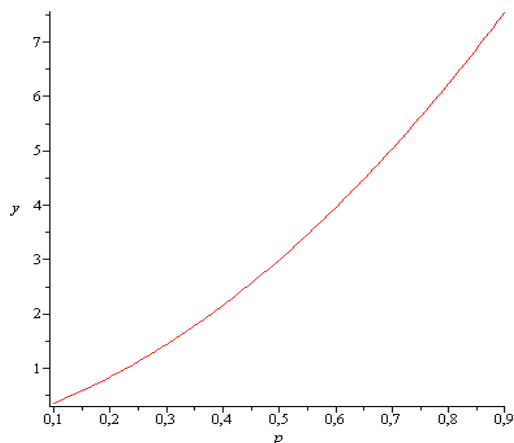
> `plot(3 * p, p = 0.1 .. 0.9, labels = [p, y], thickness = 1);`



$$> a_2 := \sum_{k=0}^n k^2 \cdot X;$$

$$a_2 := p (p n - p + 1) n$$

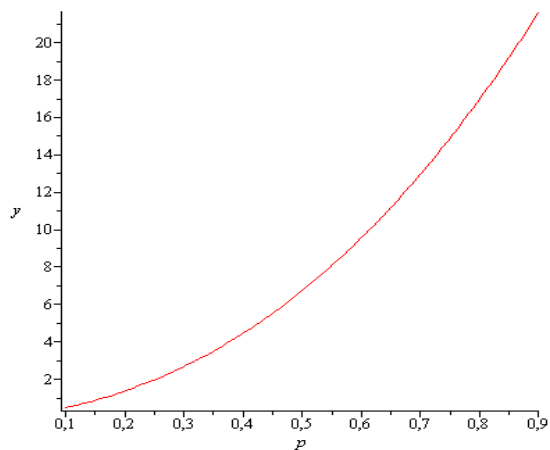
> `plot(p * (p * 3 - p + 1) * 3, p = 0.1 .. 0.9, labels = [p, y], thickness = 1);`



$$> a_3 := \sum_{k=0}^n k^3 \cdot X;$$

$$a_3 := p n (p^2 n^2 + 3 p n - 3 p^2 n - 3 p + 1 + 2 p^2)$$

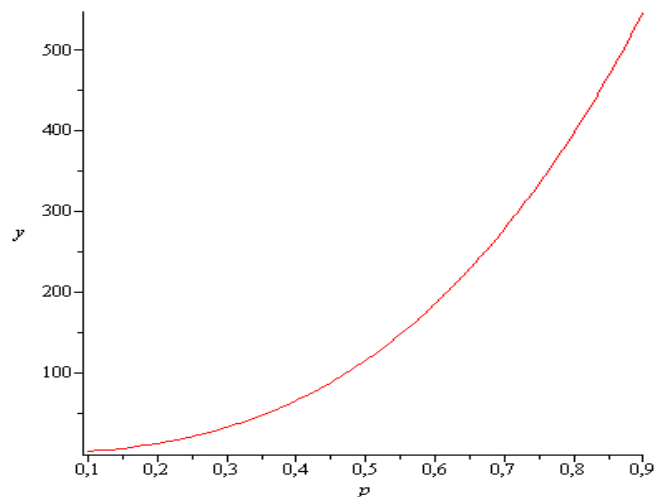
> `plot(p * 3 (p^2 * 3^2 + 3 * p * 3 - 3 * p^2 * 3 - 3 * p + 1 + 2 * p^2), p = 0.1 .. 0.9, labels = [p, y], thickness = 1);`



$$> a_6 := \sum_{k=0}^n k^6 \cdot X$$

$$a_6 := p n (p^5 n^5 + 15 p^4 n^4 - 15 p^5 n^4 + 85 p^5 n^3 + 65 p^3 n^3 - 150 p^4 n^3 - 225 p^5 n^2 - 390 p^3 n^2 + 525 p^4 n^2 + 90 p^2 n^2 + 274 p^5 n + 715 p^3 n - 750 p^4 n - 270 p^2 n + 31 p n + 1 - 390 p^3 - 120 p^5 - 31 p + 180 p^2 + 360 p^4)$$

$$> \text{plot}(p \cdot 3 (p^5 \cdot 3^5 + 15 \cdot p^4 \cdot 3^4 - 15 \cdot p^5 \cdot 3^4 + 85 \cdot p^5 \cdot 3^3 + 65 \cdot p^3 \cdot 3^3 - 150 \cdot p^4 \cdot 3^3 - 225 \cdot p^5 \cdot 3^2 - 390 \cdot p^3 \cdot 3^2 + 525 \cdot p^4 \cdot 3^2 + 90 \cdot p^2 \cdot 3^2 + 274 \cdot p^5 \cdot 3 + 715 \cdot p^3 \cdot 3 - 750 \cdot p^4 \cdot 3 - 270 \cdot p^2 \cdot 3 + 31 \cdot p \cdot 3 + 1 - 390 \cdot p^3 - 120 \cdot p^5 - 31 \cdot p + 180 \cdot p^2 + 360 \cdot p^4), p = 0.1..0.9, \text{labels} = [p, y], \text{thickness} = 1);$$

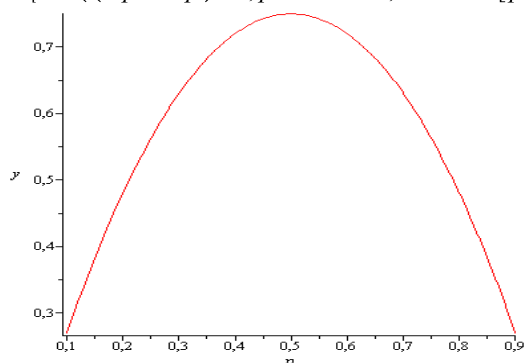


Bu taqsimotning boshqa tartibli boshlang`ich momentlarini ham shu tarzda o`rganiladi. Endi binomial qonun bo`yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorning yuqori tartibli markaziy momentlarini hisoblaymiz va grafigini chizamiz. 2-tartibli markaziy moment binomial qonun bo`yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorning dispersiyasini beradi.

$$> b_2 = \sum_{k=0}^n (k - p n)^2 \cdot X;$$

$$b_2 = (-p^2 + p) n$$

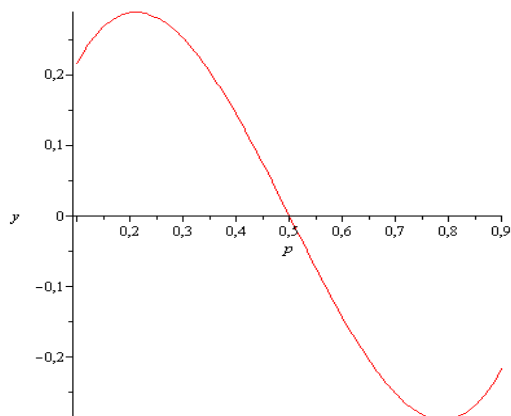
> plot((-p² + p) · 3, p = 0.1 .. 0.9, labels = [p, y], thickness = 1);



> $b_3 = \sum_{k=0}^n (k - p n)^3 \cdot X$

$$b_3 = (2p^3 + p - 3p^2) n$$

> plot((2p³ + p - 3p²) · 3, p = 0.1 .. 0.9, labels = [p, y], thickness = 1);



Yuqorida keltirilgan tasodifiy miqdorlarning grafigi tanlab olingan $0,1 < p < 0,9$ ehtimolda momentlarning tartibi oshib borganda o'zgarishini ko'rishimiz mumkin. Bu bizga geometrik va binomial qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorlarga oid misollarni yechishimizda muhim o'rin tutadi.

Adabiyotlar

1. Farmonov Sh.Q., Turg'unbayev R.M., Sharipova L.D., Parpiyeva, NT. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent 2007y.
2. Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent 2010 y.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Издание шестое. М.: «Высшая школа», 1998 г.
4. Eshtemirov S., Aminov I.B., Nomozov F. Maple muhitida ishlash asoslari. Uslubiy qo'llanma. - SamDU, Samarqand, 2009 y.
5. Dyakonov V.P. Maple 6: uchebniy kurs. SPb.: Piter, 2001.