

Компьютерли математик моделлаштириш ва билиш жараёни

С.М.Жумабоев - ЖДПИ катта ўқитувчиси

"Модел" деган суз болалик йиллари хақида, турли хил тўғараклардаги ахил иш хақида қанчалаб ёқимли хотиралар уйғотади. Шу нарсани ёддан чиқармаслигингиз керакки атоқли конструкторлар, мухандислар, ва ижодкор ишчилардан кўплари чинакам машиналарнинг ишлаш принципи ва уларни лойихалаш қонунларини биринча марта шу моделларда кўриб борганлар. Аммо бу моделлар чинакам машиналарга сиртдан ўхшаш бўлибгина қолмайди, улар чинакам машина каби ишлайди ва кўп жихатдан унинг функцияларини такрорлайди.

Аммо бу ходисалар ғоятда мураккабдир. Тахминий ҳисоблар шу нарсадан далолат бераяптики, янги самолёт лойихасини тузишга алоқадор булган математик масалаларни ечиш учун ўнг мингта ҳисобловчи керак бўлган. Моделнинг учишига ишонч ҳосил этмай туриб, уни ҳавога чиқариб булмайди, албатта.! Ушбу шароитда конструкторларга яна модель ёрдамга келади. Бу модел математик модел деб юритилади. Модел билан танишишни шарти куйидагича бўлган оддий алгебраик масаладан бошлаймиз.

$$a_1X_1 + B_1X_1 = C_1$$

$$a_2X_2 + B_2X_2 = C_2$$

Бунинг маъноси нима?

Математикадан беҳабар бўлган киши бу саволга мутлақо жавоб бера олмайди. Математик мутахассис эса бу саволга умумий тарзда жавоб беради: "Бу инки номаълумли чизиқли алгебраик тенгламалар системасидир. Бироқ, тенгламаларда нима ифода этилганини айтиб бера олмаймиз" - дейди.

Ҳа, алгебраик чизиқли тенгламанинг шу бир системаси электр занжирида ҳам, ричагларда ҳам, бинокорлик конструкциясида ҳам мувозанат ҳолатини акс эттира олади.

Хамма гап доимий a , b , ва c коэффицентларида ва номаълум ҳадлар X_1 ва X_2 символларида қандай маъно борлигига боғлиқ. Бу масала ҳам уша икки тенгламани ечишдан иборат булади. Математик моделлар сиртдан қараганда "аслига" (натурасига) хатто бир оз ҳам ухшамаслиги мумкин. Аммо бу моделларда курсатилаётган ходисанинг ички қонуниятлари худди сеҳрли кузгудек акс этиб туради. Улар "аслига" умумий математик боғланиш билан яқинлашади[1]. Моделдаги ва унинг аслидаги жараёнлар бир хил тенгламалар билан ифодаланади. Ҳавода катта тезлик билан учиб кетаётган қуш ёки қуруқликда югуриб бораётган жониворни мўлжалга олиш қанчалик мураккаб эканлигини хамма ҳам, айниқса овчилар яхши тушунадилар. Чунки қуш ёки жониворни мўлжалга олишда овчининг малакасидан ташқари шамол тезлигини хам ҳисобга олиш керак. Учиб бораётган душман самолётини мўлжалга олиш ёки душман объектларига

бомба ташлашда ҳам шундай воқеа содир бўлади. Аммо, бомбардимончи самолёт учувчисининг иши яна шу билан ҳам мураккаблашадими, бомба ташлаш вақтида деярли хашиша рупарадан, ёндан ёки йулакай шамол эсиб туради. Агар шамол тезлиги секундига лоқал беш метр бўлса, бомбани мўлжалдан яна 10 метр нарига суриб кетади. Бундай эҳтимолни ҳисобга олмасдан бўлмайди. Шамолни назарда тутиб, мўлжалга олиш бурчагини топиш қийинроқ. Қандайдир секундлар мобайнида мураккаб функцияни ҳисоблаб чиқариш, купайтириш ва бўлишга тўғри келади.

Бундай ҳисоблар учун арифмометр ёки бошқа ҳар қандай механик рақам машинасидан фойдаланиб бўлмаслиги равшан. Масалани ечишга барибир вақт етмайди. Бир лахзада жавоб берадиган ва учувчини ҳар қандай ҳисоблардан холи қуядиган қурилма керак.

Математик модель шундайки: у мўлжалга олиш масаласини тез ва ишончли ҳал этади. Маълумки, рақам машиналари кўп ховали сонлар устидаги ҳисоблаш операцияларини арифметика қонунларига мувофиқ кўшади, айиради, кўпайтиради ва бўлади. Модель хизматини ўтайдиган қурилмаларда математик микдорлар тез ўзгарувчи конкрет сонлар билан ифодаланмайди, балки узлуксиз ўзгарувчи физик микдорлар билан гавдаллантирилади.

Мураккаб масалаларни шундай машиналар ёрдамида ечмоқ учун махсус алгоритмлар ишлаб чиқариш зарур бўлади. Ҳисоблаш эса жуда қулай вақтни олар эди. Олимлар қулайроқ ҳисоблаш воситаларини зўр бериб қидирдилар. Шундан кейин математик моделлар майдонга келди. Улар дастлаб математик асбоблар деб аталган энг оддий механик қурилмалардан иборат бўлиб, майдонларни, эгри чизиқларнинг узунлигини ўлчаш, турли мураккаб графикларни чизиш ва анализ қилиш учун ишлатилди. Сунгра мураккаброқ математик асбоблар ҳам яратилади. Аммо, уша вақтдаги техника даражасида бундай асбобларни ишлаб чиқариш жуда қийин эди. Асбобларни тайёрлашда юксак техника маданияти ва аниқлик керак эди. Шу сабабли модел хизматини ўтайдиган қурилмалар рақамли машиналарга караганда секинроқ вужудга келди. Модель хизматини ўтайдиган ҳисобловчи воситалар тез такомиллаша борди. Электромеханик, электр ва электрон моделлар пайдо бўлди. Ҳозирги вақтда ҳисоблаш техникасига электрон рақамли машиналар гигант одимлар билан келиб қўшилди. Ҳатто шу вақтда ҳам модель хизматини ўтовчи системалар ҳисоблаш воситалари сафида, шу жумладан ҳарбий воситалар қаторида мустаҳкам ўрин тутиб турибди.

Билишнинг умумий усулларидан бири моделлаштиришдан иборатдир. Бу усул айниқса кейинги вақтларда тез ривожланди ва кенг қўлланила бошлади. Моделлаштириш усулининг вазифаси объектга, оригиналга мос маълум жихатдан бир хил модел яратишдан ва бу модел орқали оригиналнинг тегишли хусусиятини текширишдан иборат. Модел абстракт ёки моддий бўлади. Модел билан объект бир табиатга эга бўлса, физик моделлаш, агар бир

хил ифодага эга бўлса, математик ёки абстракт моделлаш дейилади. Хар икки холда ҳам оригиналнинг текширилаётган нарса ёки бир ходисанинг мохиятини унинг модели образига сунъий равишда ўтказилади. Объектни текшириш имконияти булмаса ёки кимматга тушадиган булса моделдан фойдаланиш йули қидирилади.

Моделлаш натижасида модел орқали оригинални билишгина эмас, балки оригинал асосида моделни ҳам яратишни ривожлантириш кузда тутилади. Одам мияси билан кибернетик машина орасидаги муносабат, кўршапалак билан радиолакатор орасидаги муносабат бунга мисол бўла олади. Моделлаштириш тадқиқот ва метод сифатида Леонардо да Винчи ва Галилей замонидан бери маълум. Шунга қарамай у янада кўпроқ қўлланмоқда, унинг кўриниши кўп қиррали бўлиб, тўхтовсиз янгиланиб бормоқда. Моделлаштириш экспериментал ва назарий тадқиқотларда, конкрет техник лойихалашда ва абстракт логик схемаларни ишлаб чиқишда ва бошқа масалаларни хал этишда фойдаланилади. Шунинг учун билимнинг ҳамма сохаларига тўғри келадиган модел таърифни беришда маълум қийинчиликларга тўғри келади. Умумий холда моделни қандайдир тадқиқ этилаётган объектга "ўхшашлик" нисбати (масалан, воқелик, жараён, система қурилма, қандайдир белгили ифода) бўлиши мумкин. Бундай холда "ўхшашлик" тушунчасига таъриф беришга тўғри келади. Ухшашликнинг энг маълум кўриниши геометрик ўхшашликдир. Масалан, бир текисдаги деформация остида бир шаклни худди шунга ўхшаш шаклга узгартириш мумкин. Вақт ва фазода ўтувчи жараёнларда ўхшашликнинг мураккаб кўриниши бўлади[2].

Моделлаштириш устида гап борар экан, унинг иккита томонини фарқига бериш керак. Биринчиси энг умумий фалсафий ва умумий муаммоларни хал этишда фойдали бўлган илмий тадқиқотнинг умумий методи; иккинчиси конкрет илмий техника масалаларини хал этуичи асбоб сифатида фойдаланувчи моделлаштириш.

Фаннинг хозирги замон даражасида синтез қилинишида математиканинг роли катталиги ва илмий тадқиқот ҳамда ихтиролар системасида аналитик методларнинг ахамияти ошиб бораётгани шак-шубҳасиздир. Бироқ, ҳамма кўринишдаги тажрибаларнинг (буларни ўтказишга таъсир этиб келаётган моделларнинг) роли ҳеч ҳам камаяётгани йўқ. Олимлар борган сари шу нарсани чуқурроқ тушуниб ва исбот этиб келмоқдаларки, хатто энг абстракт назария ҳам амалий тажрибаларни умумлаштириш экан.

Бундан қарийиб юз йил олдин Англиянинг кема - қурувчи олимлари У.Фруд ва В.Рид кемаларни моделлаштириш назариясини яратадилар. Ушбу назария кейинчалик Россияда академик А.Н.Крилов томонидан тараққий эттирилди. Моделлаштириш турли хил техникавий агрегатлар, жумладан қозонлар, турбиналар реакторлар, суюқ металл насослари, вентиляция қурилмалари ва шу қабиларнинг ишини тахлил этишда куп қўлланилмоқда.

Моделлар ёрдамида сув оқимлари, турли хил гидродинамик ходисалар (турли хил кучли портлаш ва хатто ер қимирлашда содир бўлувчи) ўрганилмоқда[3].

Моделлаштириш атом ядроси ва ядроли узгаришларни ўрганишда ҳам фойдали асбобга айланиб қолди. Кейинги вақтдаги моделлаштириш тараққиёти ҳамма эътиборни мураккаб системаларни ўрганиш методини бунёд этишга тўплаш билан ажралади, масалан, энергетик катта сунъий (инсон томонидан яратилган) системалар. Бундай катта системаларни ўрганишга оид методларга умумлашган ва кибернетик моделлаштириш киради.

Техникадаги моделлаштириш "натурали" булиши мумкин (қачонки ўрганилаётган объектнинг сунъий модели бунёд этилмайдиган бўлса), моделлар учун эса натурада аналог ўхшаши қидирилади. Моделларда кучли электрик машина конструкциялари, магнитли кучланишлар, мураккаб комплекс - ли электр узатма қурилмалар, қурилиш механикаси иншоотларининг турли хил элементлари тадқиқ этилмоқда. Моделлаштириш гўёки қўлланиши шарт деб ҳисобланмаган континентлараро ва космик ракетаарни мукаммаллаштириш, уларнинг аэродинамик хоссаларини ўрганиш каби соҳаларда ҳам кенг қўлланилмоқда.

Физикавий ва математик моделларни натурадаги приборлар билан бирлаштирувчи махсус моделлар кенг тарқалган. Бундай моделлар турли хил мураккаб объектларни бошқарувчи системаларни созлаш ва инсонни машқ қилдиришда қўлланилади. Биринчи ҳолатда уларни синов стенди, иккинчи ҳолатда эса танланган шахсни машқ қилдирувчи - деб аталади. Космонавтлар, учувчилар билан олиб бориладиган машқлар бунга ёрқин мисол бўла олади. Космонавт ёки учувчи машқ вақтида космик корабл ёки самолётдаги ҳамма воқеаларни сеза олади [3].

Илмий ҳаётда махсус ва универсал математик моделлар рақамли ҳисоблаш машиналаридан фойдаланишга асосланган. Ҳисоблаш машиналарининг мукаммаллашиб бориши билан математик моделлаштириш кучли қуролга эга бўлмоқда. Илгарилари ечилиши гумон бўлиб ҳисобланган масалиларни ечиш имкони туғилмоқда. Бироқ қўйилган масалаларнинг ҳаммасига тўлиқ жавоб топиш учун бир дона эмас, балки ораликдаги бир неча ечилмаларни олиш талаб этилади.

Инсоният интеллектида ётувчи имконларни ҳисоблаш машиналари имконияти билан бирлаштириб имитацион математик моделни оламиз. Ушбу модеаллар ёки системалар ўрганилаётган (ёки режалаттиралаётган) иқтисодий ишлаб чиқариш ёки қандайдир бошқа жараён ва режалаштиришда қатнашувчи экспертлар гуруҳи, шу экспертларни машина ва узи билан диалог олиб боришга имкон берувчи махсус математик таъминотни режалаштиришда қатнашувчи математик моделлар мажмуидир. Математик рақамли модел ахборотни инсонга жадвал ёки қатор рақамлар ёзилган лента кўринишида эмас балки анча қулай кўринишда беради. Масалан, график кўринишида.

Илмий ва техникавий тадқиқотлар амалиётида (кейинги вақтда катта ахамият кашф этмоқда) инсон иштироки билан алгоритм ечимини берувчи расмий математик методларни бирлаштирувчи моделларга у ёки бу кўрсаткич (буни мезон ҳам деб юритилади) нуқтаий назардан энг мақбул ечимни излаш учун мўлжалланган энг мақбул (оптимал) моделлар киради. Оптимизацион моделнинг энг оддий ҳолати юкларни транспорт билан ташиш моделидир. Бунда шундай режа тузиш талаб этиладики, берилган маҳсулотни кўрсатилган жойга ташиш учун бўладиган харажатлар миқдори энг кам бўлади. Юкни арзон баҳода ташиш мезон бўлиб ҳисобланади. Маълум операцияни ҳамма вақт битта мезон билан характерлаш ҳамма вақт ҳам мумкин булавермайди. Бироқ бошқа мезонларга тегишли маълумотлар номаълум бўлади[4]. Шунинг учун кўпинча интуитив тахминлар ёрдамга чақиришга тўғри келади. Яъни имитацион моделлар тузилади. Имитацион модел тузишда масала кўрсаткичининг (мезоннинг) ўзини математик тилида баён этишнинг узи эмас, балки бошқариш мақсадини ҳам математик тилида баён этиш шарт булмай қолиши мумкин. Бошқаришга таъсир этувчи факторларни билишнинг узи кифоя қилиб, уларни иш жараёнида охиригача вариация (узгартириб бориб) қилиб бориш керак бўлади. Имитацион моделларни оптимизацион моделдан асосий фарқи шундан иборатки, бошқариш таъсир этиш факторлари топшириғи ва натижаларни таққослаш инсон томонидан олиб борилади. Имитацион моделлаштириш масалани нисбатан оддий ҳолга келтириш талаб этилганда, ишлаб чиқаришнинг конкрет масалаларини ечишда қўлланилади. Бу ерда сўз ўзаро боғланган системалар эга бўлган параметрларни баҳолаш керак бўладиган масалалар устида бормоқда (системада ахборотни келиб тушиш вақти ва уни қайта ишлаш давомийлиги илгари олинган маълумотларни келиб тушиш ва қайта ишланиш давомийлигига боғлиқ бўлади).

Adabiyotlar:

1. Ю. Ю. Тарасевич. Математическое и компьютерное моделирование. Изд. 4-е, испр. М.: Едиториал УРСС, 2004. 152 с.
2. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики. Издательство «Наука» Москва 1966. С. 664.
3. Е. В. Бошкиново и др. Численные методы и их реализация в MS Excel. Самара 2009
4. Ю. В. Василков, Н. Н. Василкова. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании. Изд. «Финансы и статистика» М.:2002
5. А. С. Амридинов, А. И. Бабаяров, Б. Б. Бабажанов. «Ҳисоблаш математикаси» фанидан лаборатория ишларини бажариш бўйича услубий тавсиялар ва топшириқлар. Самарқанд: СамДУ нашри. 2008.